



محل مهر و امضاء مدیر

سؤال

جمهوری اسلامی ایران  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
اداره آموزش و پرورش منطقه ۳ تهران

ساعت امتحان ۸ صبح / عصر  
وقت امتحان : ۹۰ دقیقه  
تاریخ امتحان: ۱۰ / ۲۶ / ۱۳۹۴  
تعداد برگ سؤال : ۴ برگ

نام واحد آموزشی : دبیرستان شمیم عرفان  
نام پدر :  
پایه : سوم  
رشته: ریاضی  
سال تحصیلی: ۹۴-۹۵  
نوبت امتحانی: اول

ش سندلی ( شماره داوطلب):  
نام و نام خانوادگی :  
سؤال امتحان درس : جبر و احتمالات

۱- با استفاده از اصل استقرا ثابت کنید :

بارم

۱ الف)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n}$

۱ ب)  $(n \geq 5) 2^n > n^2$

۱ ج)  $4^{2n} - 1 = 5r$

۲- با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید مجموعه سه عدد صحیح متوالی ، همواره مضرب ۳ می باشد؟

۱

|                           |                |                           |                |
|---------------------------|----------------|---------------------------|----------------|
| نمره ورقه به عدد :        | به حروف :      | نمره تجدید نظر و امضاء:   | به حروف :      |
| نام و نام خانوادگی دبیر : | تاریخ و امضاء: | نام و نام خانوادگی دبیر : | تاریخ و امضاء: |

پاسخ سؤالات در روی برگه سؤال نوشته شود ، نیاز به پاسخنامه سفید ندارد □ پاسخنامه سفید داده شود □

۳- آیا اگر  $y, x$  دو عدد گنگ باشند  $x^y$  عددی گنگ است؟

بارم

۰/۵

۴- با استفاده از برهان خلف ثابت کنید اگر  $n^2$  مضربی از ۳ باشد  $n$  نیز مضربی از ۳ است.

۱

۵- با استفاده از اثبات بازگشتی درستی عبارت زیر را نشان دهید.

$$\forall x, y, a, b, B \in \mathbb{R}: (ax + by)^2 \leq (a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$$

۱

۶- تعداد دانش آموزان یک کلاس، برای آنکه همواره دسته کم ۴ نفر دارای ماه تولد یکسان باشند حداقل چند نفر است؟

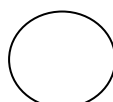
۱

۷- اگر  $\sqrt{6}$  گنگ باشد آنگاه  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  نیز گنگ است.

۱

۸- پنج نقطه داخل مربع به ضلع ۱ مفروضند. ثابت کنید حداقل فاصله ی دو نقطه از این پنج نقطه کمتر از  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  است.

۱



۹- گزاره نما را تعریف کنید؟

بارم

ب) مجموعه ی زیرا با گزاره نما نشان دهید .

$$D = \{1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}\}$$

۱/۵

۱۰- هر گاه تعداد اعضای یک مجموعه را دو برابر کنیم ، تعداد زیر مجموعه های آن ۵۶ واحد بیشتر می شود . تعداد اعضای این مجموعه را بیابید.

۱

۱۱- با کمک جبر مجموعه ها را ثابت کنید.

۱

الف)  $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$

۱

ب)  $A \Delta B \cup (A \cap B) = A \cup B$

۱۲- اگر  $A = \{2K + 1 | K \in \mathbb{Z}, -2 \leq K \leq 0\}$ ,  $B = \{y | y \in \mathbb{N}, y^2 \leq 9\}$  باشد.

$A \times B$  را به صورت زوج های مرتب بنویسید

۱/۵

بارم

۱۳- اگر  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} \mid -n < m, 2^m < n\}, n \in \mathbb{N}$  را تعیین کنید

$$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i \quad \text{و} \quad \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$$

ب:

۱/۵

۱۴- رابطه زیر، روی مجموعه  $R$  تعریف شده است نمودار آن را رسم کنید.

۱/۵

$$R = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq x\}$$

۱/۵

$$R = \{(x, y) \mid |x| = |y|\}$$

جمع کل